अध्याय-13 सांख्यिकी (Statistics)

*** सांख्यिकी (Statistics)** - सांख्यिकी, गणित की वह शाखा है जिसमें आँकड़ों के संग्रहण, विश्लेषण, व्याख्या, प्रस्तुति, और संगठन का अध्ययन किया जाता है।

भारतीय सांख्यिकी के जनक प्रशांत चंद्र महालनोबिस हैं।

*** आँकड़े (Data)** - एक निश्चित उद्देश्य से एकत्रित किये गए तथ्यों, या अंकों को जो संख्यात्मक या अन्य रूप में हो सकते हैं, आँकड़े कहलाते हैं। यह दो प्रकार के होते हैं-

(i) **प्राथमिक आँकड़े (Primary Data)** - वे आँकड़े, जिन्हे अनुसंधानकर्ता द्वारा प्रयोग हेतु स्वयं सीधे स्त्रोतों से एकत्र किया जाता है, प्राथमिक आँकड़े कहलाते हैं। (मौलिक आँकड़े)

(ii) **द्वितीयक आँकड़े (Secondary Data)** - वे आँकड़े, जिन्हे अनुसंधानकर्ता द्वारा किसी अन्य स्त्रोत द्वारा किये गए एकत्रण से प्राप्त किया जाता है, द्वितीयक आँकड़े कहलाते हैं; यह मौलिक नहीं होते।

*** परिसर (Range)** - आँकड़ो के अधिकतम व न्यूनतम मानों का अंतर।

*** बारम्बारता (Frequency)** - किसी प्रयोग में कोई घटना जितनी बार घटित होती है, उस संख्या को उस घटना की बारम्बारता कहते हैं। इसे (f) से दर्शाते हैं।

*** वर्ग अंतराल (Class Interval)** - आँकड़ों को जब समूह में एकत्रित कर लिया जाता है, तो समूह को वर्ग या वर्ग अंतराल कहते हैं।

प्रत्येक वर्ग की निम्नतम संख्या को निम्न वर्ग सीमा (lower class limit - lcl) व अधिकतम संख्या को उच्च वर्ग सीमा (Upper class limit - ucl) कहते हैं।

*** वर्ग माप (Class size)** - वर्ग अंतराल की माप को वर्ग माप या वर्ग चौड़ाई (Class width) कहते हैं, इसे h से दर्शाते हैं।

$$\text{वर्ग माप } (h) = \text{उच्च वर्ग सीमा (UCL)} - \text{निम्न वर्ग सीमा (LCL)}$$

*** मध्यमान / वर्ग चिन्ह (Class Marks)** = $\frac{\text{उच्च वर्ग सीमा} + \text{निम्न वर्ग सीमा}}{2}$

अर्थात $\text{वर्ग चिन्ह} = \frac{ucl + lcl}{2}$ | इसे प्रत्येक वर्ग का मध्य-बिंदु भी कहते हैं

* केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप → ① माध्य, ② माध्यिका, ③ बहुलक

* वर्गीकृत आँकड़ो हेतु →

① माध्य (Mean) -

(a). प्रत्यक्ष विधि - (Direct Method)

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$; जहाँ $x_i = \frac{L_i + U_i}{2}$ (वर्ग चिह्न)

व f = बारम्बारता

(b). कल्पित माध्य विधि (Assumed Mean Method) -

$$\bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$$; जहाँ a = कल्पित माध्य

$d_i = x_i - a$ (विचलन)

$x_i = \frac{L_i + U_i}{2}$; f = बारम्बारता

Note:- विषम आँकड़े होने पर मध्य आँकड़े को कल्पित माध्य चुनें। व सम आँकड़े (n) होने पर $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ आँकड़े को कल्पित माध्य चुनें।

(c). पग विचलन विधि (Step deviation Method) -

$$\bar{x} = a + h\left(\frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i}\right)$$; जहाँ a = कल्पित माध्य, $d_i = x_i - a$

$\Rightarrow u_i = \frac{x_i - a}{h}$; h = वर्गमाप

f = बारम्बारता, $x_i = \frac{L_i + U_i}{2}$

Note:- (i) यह विधि बड़े मानों के लिए ही प्रयुक्त करें।

(ii) तीनों विधियों से प्राप्त माध्य, बराबर होता है।

② बहुलक (Mode) - जिस आँकड़े की बारम्बारता सर्वाधिक होती है, उसे बहुलक कहते हैं।

तथा जिस वर्ग की बारम्बारता सर्वाधिक होती है, उसे बहुलक वर्ग कहते हैं।

∴ वर्गीकृत आँकड़ो हेतु, बहुलक $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) h$

जहाँ l = बहुलक वर्ग की निम्न सीमा (निचली सीमा)

h = वर्ग अंतराल की माप (h = UCL - LCL)

f_1 = बहुलक वर्ग की बारंबारता

f_0 = बहुलक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की बारंबारता

f_2 = बहुलक वर्ग से ठीक बाद वाले वर्ग की बारंबारता

* माध्य, माध्यक व बहुलक में संबंध →

बहुलक = 3 × मीडियन − 2 × मीन = 3 × माध्यक − 2 × माध्य

3. माध्यिका (Median) / माध्यक - यह केन्द्रीय प्रवृत्ति का ऐसा मापक है, जो आँकड़ो में सबसे बीच के प्रेक्षण का मान होता है।

वर्गीकृत आँकड़ो हेतु माध्यक - सर्वप्रथम सभी वर्गों की संचयी बारम्बारताएँ व $\frac{n}{2}$ ज्ञात करते हैं, जिसकी संचयी बारम्बारता $\frac{n}{2}$ से अधिक (निकटतम वाला वर्ग) है वह माध्यक वर्ग (Median Class) कहलाता है।

अतः माध्यक $= l + \left(\frac{n/2 - cf}{f}\right) \times h$

जहाँ, l = माध्यक वर्ग की निम्न (निचली) सीमा

n = प्रेक्षणों की संख्या

cf = माध्यक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की संचयी बारंबारता

f = माध्यक वर्ग की बारंबारता

h = वर्ग माप (यह मानते हुए की वर्ग माप बराबर है।)

* संचयी बारम्बारता (Cumulative frequency; CF) - संचयी बारम्बारता, दिये गए प्रेक्षणों की सभी पिछली बारम्बारताओं का योग है इसे cf से दर्शाते हैं।

* अवर्गीकृत आँकड़ो हेतु माध्य व माध्यक -

① माध्य (Mean) - माध्य $= \frac{\text{सभी प्रेक्षणों का योग}}{\text{प्रेक्षणों की कुल संख्या}}$

② माध्यक (Median) - सर्वप्रथम सभी प्रेक्षणों को आरोही या अवरोही क्रम में लिखें।

ⓐ. यदि n = विषम संख्या ; माध्यक $= \left(\frac{n}{2}\right)$ वें प्रेक्षण का मान

ⓑ यदि n = सम संख्या ; माध्यक $= \frac{\left(\frac{n}{2}\right)\text{वें} + \left(\frac{n}{2}+1\right)\text{वाँ प्रेक्षण का मान}}{2}$